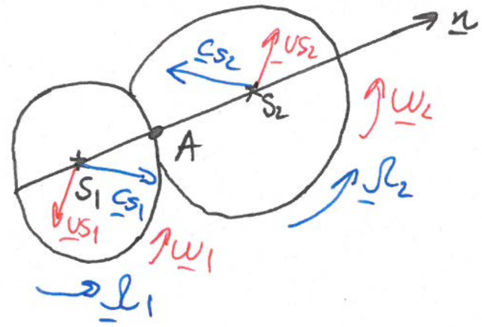
Rezgéstan 1. gyakorlat

ütközések

Elméleti összefoglaló

↳ Centrikus ütközés



ütközés előtt:

$[\underline{c}_{S1}; \underline{\Omega}_1]_{S1}$ és $[\underline{c}_{S2}; \underline{\Omega}_2]_{S2}$

ütközés után

$[\underline{v}_{S1}; \underline{\omega}_1]_{S1}$ és $[\underline{v}_{S2}; \underline{\omega}_2]_{S2}$

ütközés során: $\tau \to 0$; $|F_A| \to \infty$

de $\int_{t_0}^{t_0+\tau} |F_A|\,dt$ véges; $\mu = 0$

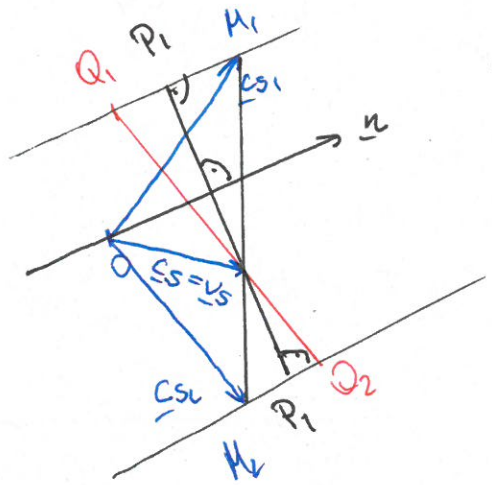
Impulzusmegmaradás

$m_1 \underline{v}_{S1} + m_2 \underline{v}_{S2} = m_1 \underline{c}_{S1} + m_2 \underline{c}_{S2} = (m_1 + m_2)\underline{v}_S$

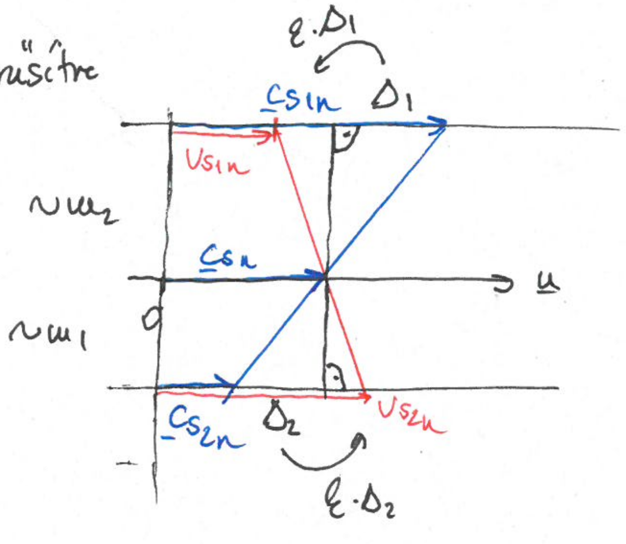
közös súlypont sebessége

k – ütközési tényező

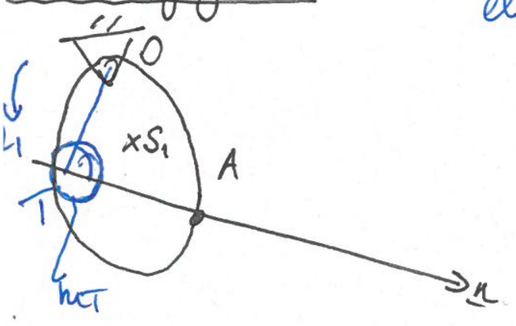
Maxwell-ábra:



egyszerűsítve



Álló tengely körül

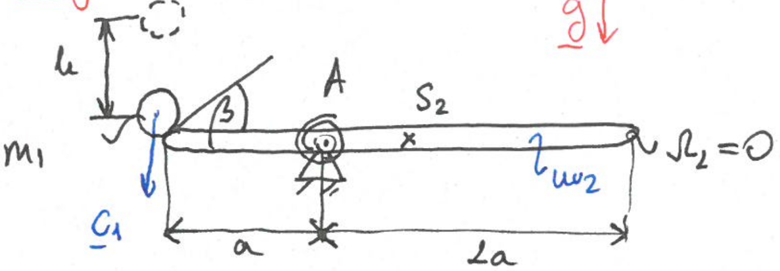


előtte $\underline{\Omega}_1$; utána $\underline{\omega}_1$

T ütközési talppont

$m_T = \dfrac{\Theta_0}{\ell^2}$ $\quad \ell = \overline{OT_1}$ $\Rightarrow$ Centrikus ütközés!

1. feladat



Adatok

$h = 0{,}115\,[m]$

$m_1 = 6\,[kg]$

$m_2 = 6\,[kg]$

$\varepsilon = 1;\ \tilde{\varepsilon} = 0{,}75$

$\beta = 60°$

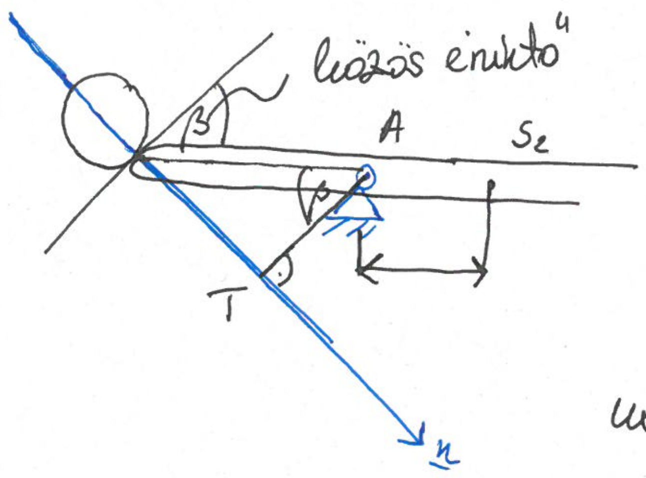
$a = 0{,}3\,[m]$

Mekkora lesz a golyó sebessége és a rúd szögsebessége az ütközés után?

1-es test → szabadon esés $\qquad m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 c_1^2$

↳ centrikus ütközés $\qquad$ ↳ $c_1 = \sqrt{2gh} = \underline{\underline{1{,}5\,\left[\frac{m}{s}\right]}}$

2es test: → álló tengely körül forog → redukált tömeg kell



$l = \overline{AT} = a \cdot \cos\beta = 0{,}15\,[m]$

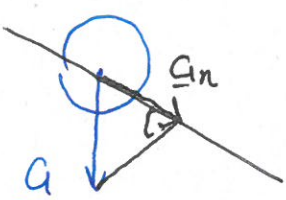
$\Theta_A = \frac{1}{12} m_2 (3a)^2 + m_2 \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 0{,}54\,[kgm^2]$

$m_{T_2} = \frac{\Theta_A}{l^2} = \underline{\underline{24\,[kg]}}$

mivel $\Omega_2 = 0 \Rightarrow c_T = 0\,\left[\frac{m}{s}\right]$ → ütközés előtti sebessége a redukált tömegnek!

Normális sebességek:

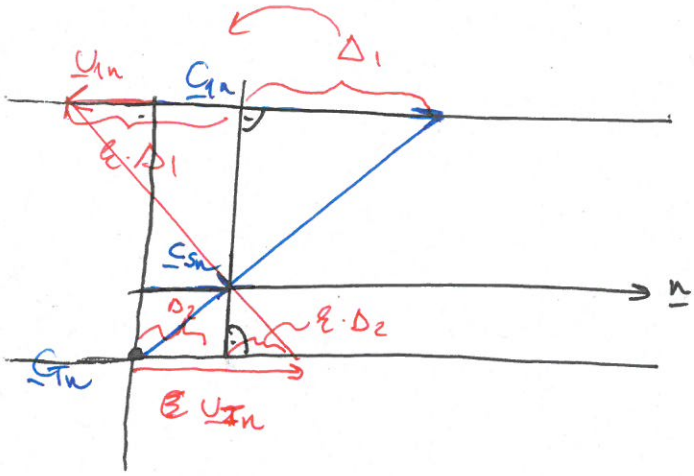
$c_{Tn} = 0\,\left[\frac{m}{s}\right]$



$c_{1n} = c_1 \cos\beta = 0{,}75\,\left[\frac{m}{s}\right]$

$c_{Sn} = \frac{c_{1n} \cdot m_1 + c_{Tn} \cdot m_T}{m_1 + m_T} = \underline{\underline{0{,}15\,\left[\frac{m}{s}\right]}}$

Maxwell-ábra



- $v_{1n} = c_{Sn} - \varepsilon \cdot (c_{1n} - c_{Sn})$

  $v_{1n} = -0{,}45 \left[\frac{m}{s}\right]$

- $v_{Tn} = c_{Sn} - \varepsilon (c_{Tn} - c_{Sn})$

  $v_{Tn} = 0{,}3 \left[\frac{m}{s}\right]$

ütközés után

- $v_{Tt} = c_{Tt} = 0$ és $v_{Tn} = 0{,}3 \left[\frac{m}{s}\right] \Rightarrow v_T = 0{,}3 \left[\frac{m}{s}\right]$

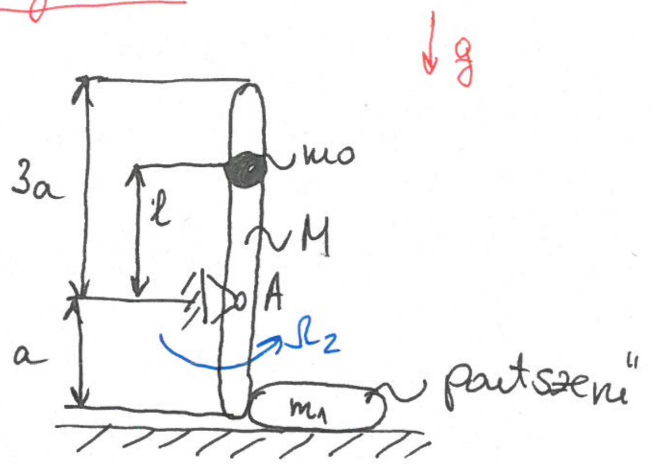
  $$\omega_2 = \frac{v_T}{\ell} = \underline{\underline{2 \left[\frac{rad}{s}\right]}}$$

- $$\left.\begin{aligned} v_{1t} &= c_{1t} = c_1 \sin\beta = 1{,}299 \left[\frac{m}{s}\right] \\ v_{1n} &= -0{,}45 \left[\frac{m}{s}\right] \end{aligned}\right\} \quad v_1 = \sqrt{v_{1t}^2 + v_{1n}^2} = \underline{\underline{1{,}37 \left[\frac{m}{s}\right]}}$$

Ha $\tilde{\varepsilon} = 0{,}75$

$$\left.\begin{aligned} &\downarrow\ v_T = 0{,}2625 \left[\frac{m}{s}\right] \rightarrow \tilde{\omega} = 1{,}75 \left[\frac{rad}{s}\right] \\ &\hookrightarrow v_{1n} = -0{,}3 \left[\frac{m}{s}\right] \end{aligned}\right\} \text{ kisebb sebességek!}$$

2. feladat



Adatok:

$m_0 = 0{,}5\,[kg]$

$m_1 = 4{,}5\,(kg)$

$M = 3\,[kg]$

$a = 0{,}25\,(m)$

$l = 0{,}5\,(m)$

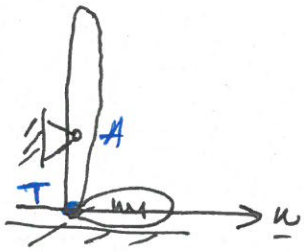
$\Omega_2 = 6\,\left[\frac{rad}{s}\right]$

$c_1 = 0\,\left(\frac{m}{s}\right)$

$\varepsilon = 0{,}5$

Feladat:

Mekkora lesz az m_1 tömegű anyagi pont ütközés utáni sebessége?



1es test (m_1) → centrikus ütközés

$c_1 = 0$

2es test (rúd) → álló tengely körül forog

T talppont $\quad \overline{AT} = a = 0{,}25\,(m)$

redukált tömeg: $\quad m_T = \dfrac{\Theta_A}{\overline{AT}^2} = 9\,[kg]$

$$\Theta_A = \frac{1}{12} M (4a)^2 + M a^2 + m_0 l^2 = 0{,}5625\ kgm^2$$

a redukált tömeg ütközés előtti sebessége:

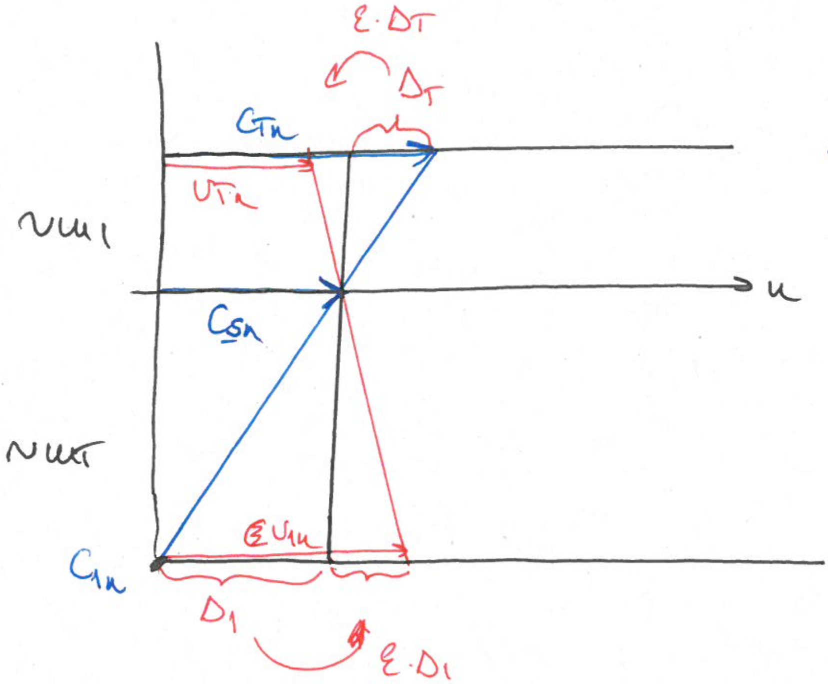
$$c_T = \overline{AT} \cdot \Omega_2 = 1{,}5\,\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\hookrightarrow c_{Tn} = c_T = 1{,}5\,\left[\frac{m}{s}\right] \ ; \ c_{Tt} = 0\,\left[\frac{m}{s}\right]$$

Közös súlypont sebessége:

$$c_{Sn} = \frac{m_1 \cdot c_{1n} + m_T \cdot c_{Tn}}{c_{1n} + c_{Tn}} = \underline{\underline{1\,\left[\frac{m}{s}\right]}}$$

Maxwell-ábra



- $U_{Tn} = C_{Tn} - \varepsilon(C_{Tn} - C_{Su})$

  $U_{Tn} = 0{,}75 \left[\frac{m}{s}\right]$

- $U_{1n} = C_{Su} - \varepsilon(C_{1n} - C_{Su})$

  $U_{1n} = 1{,}5 \left[\frac{m}{s}\right]$

1es test:

$U_{1t} = C_{1t} = 0 \left[\frac{m}{s}\right]$; $U_{1n} = 1{,}5 \left[\frac{m}{s}\right] \Rightarrow v_1 = 1{,}5 \left[\frac{m}{s}\right]$

2es test

$U_{Tn} = 0{,}75 \left[\frac{m}{s}\right] \rightarrow \omega_2 = \frac{U_{Tn}}{AT} = 3 \left[\frac{rad}{s}\right]$