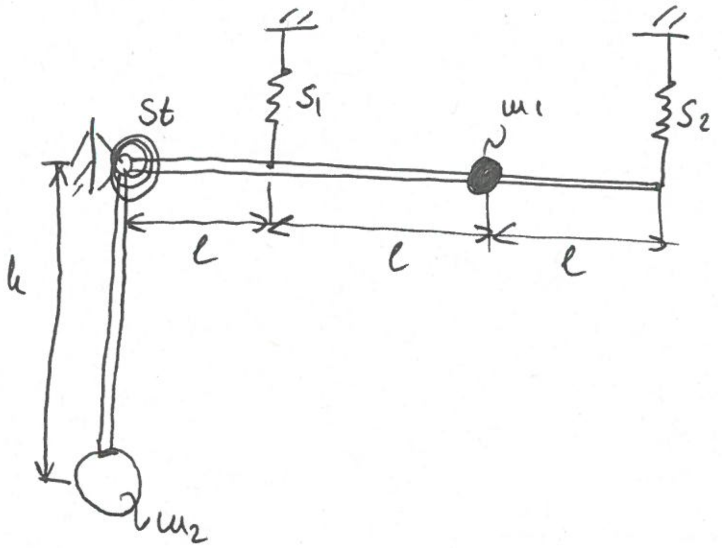
Rezgéstan 3. gyakorlat

Pluszfeladat



$\downarrow g$

Adatok:

$l = 0{,}2\ [m]$

$h = 0{,}3\ [m]$

$m_1 = 4\ [kg]$

$m_2 = 2\ [kg]$

$s_1 = 10000\ [N/m]$

$s_2 = 5000\ [N/m]$

$s_t = 2000\ [Nm/rad]$

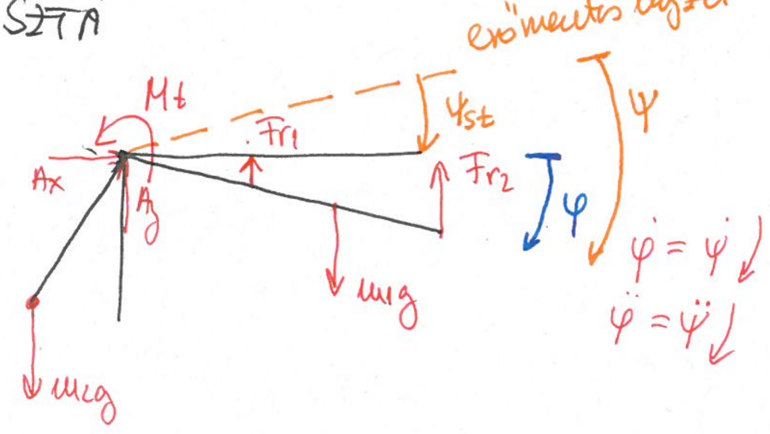
Kérdések:
- linearizált DE
- α, T, f
- $\varphi(t)$ ha az m_1-es tömeget $v_0 = 0{,}5\ \left[\frac{m}{s}\right]$ sebességgel indítjuk
- $F_{r2\,max}$ (az s_2-es rugóban ébredő max. erő)

Megoldás:

↳ Általános koordináta → stabilis egyensúlyi helyzettől (φ)

→ feszítetlen rugótól (ψ)

SZTÁ



Dinamika alaptétele

$\dot{\underline{\Pi}}_A = \underline{M}_A$

$\underline{k}$: $\Theta_A \cdot \ddot\varphi = m_1 g \cdot 2l\cos\varphi - M_t$

$- m_2 g h \sin\varphi - F_{r1}\, l\cos\varphi$

$- F_{r2} \cdot 3l\cos\varphi$

$$\Theta_A \ddot{\varphi} = m_1 g 2l \cos\varphi - M_t - m_2 g h \sin\varphi - F_{r1} l \cos\varphi - F_{r2} 3l \cos\varphi$$

$$\left.\begin{aligned} M_t(\varphi) &= s_t \cdot (\varphi_{ST} + \varphi) \\ F_{r1} &= s_1 \cdot l \cdot \sin(\varphi_{st} + \varphi) \\ F_{r2} &= s_2 \cdot 3l \sin(\varphi_{st} + \varphi) \end{aligned}\right\}$$

az egyensúlyi helyzetben a rugók feszítettek!

<u>linearizálás</u>

statikus!

$$M_t = M_{st} + s_t \cdot \varphi$$
$$F_{r1} = F_{r1st} + s_1 \cdot l \cdot \varphi$$
$$F_{r2} = F_{r2st} + s_2 3 l \varphi$$

Visszaírjuk és linearizáljuk a DE-t $\sin\varphi \approx \varphi$, $\cos\varphi \approx 1$

$$\Theta_A \ddot{\varphi} = m_1 g 2l - M_{st} - s_t\varphi - m_2 g h \varphi - F_{r1st} \cdot l - s_1 l^2 \varphi - F_{r2st} 3l - s_2 (3l)^2 \varphi$$

$$\Theta_A \ddot{\varphi} + \left(m_2 g h + s_t + s_1 l^2 + s_2 (3l)^2\right)\varphi = m_1 g 2l - M_{st} - F_{r1st} \cdot l - F_{r2st} \cdot 3l$$

mivel $\varphi = 0$ egyensúlyi helyzet

$\varphi \equiv 0$ megoldása a DE-nek

$\dot{\varphi} = 0$; $\ddot{\varphi} = 0$

$$\Rightarrow 0 = m_1 g 2l - M_{st} - F_{r1st} \cdot l - F_{r2st} 3l$$

egyensúlyi egyenlet!

A DE:

$$\ddot{\varphi} + \frac{m_2 g h + s_t + s_1 l^2 + s_2 (3l)^2}{\Theta_A} \varphi = 0$$

$$\alpha^2 = \frac{m_2 g h + s_t + s_1 l^2 + s_2 (3l)^2}{\Theta_A}$$

$$\Theta_A = m_1 (2l)^2 + m_2 h^2 = 0{,}82 \ [kgm^2]$$

$$\alpha = 71{,}6 \left[\frac{rad}{s}\right]$$

$$f = \frac{1}{T} = 11{,}4 \ [Hz] \Leftarrow T = \frac{2\pi}{\alpha} = 0{,}0877 \ [s]$$

Kezdeti érték feladat:

$$\varphi(t) = C_1 \cos(\alpha t) + C_2 \sin(\alpha t)$$
$$\dot{\varphi}(t) = -C_1 \alpha \sin(\alpha t) + C_2 \alpha \cos(\alpha t)$$

$$\varphi(0) = 0$$

$$v_0 = 0{,}5\left(\frac{m}{s}\right) \Rightarrow \dot{\varphi}(0) = \omega_0 = \underline{\underline{\frac{v_0}{2l}}}$$

$$\varphi(0) = \boxed{C_1 = 0}$$

$$\dot{\varphi}(0) = C_2 \alpha = \frac{v_0}{2l} \Rightarrow C_2 = \frac{v_0}{2l\alpha} = \underline{\underline{0{,}0174 \,(\text{rad})}} \approx 1(°)$$

teljesül lesz!

$$\varphi(t) = \underline{\underline{0{,}0174 \sin(7{,}6 \cdot t)}}$$

Maximális rugóerő

↳ φ és ψ is kicsi ha linearizálunk ψ körül is

$$\left.\begin{aligned} M_{St} &= s_t \cdot \psi_{st} \\ F_{r1st} &= s_1 \cdot l \cdot \psi_{st} \\ F_{r2st} &= s_2 \cdot 3l \cdot \psi_{st} \end{aligned}\right\}$$

Az egyensúlyi egyenletből:

$$M_{St} + F_{r1st} \cdot l + F_{r2st} \cdot 3l = m_1 g \cdot 2l$$

Visszaírva:

$$s_t \psi_{st} + s_1 l^2 \psi_{st} + s_2 (3l)^2 \psi_{st} = m_1 g 2l$$

$$↳ \psi_{st} = \frac{m_1 g 2l}{(s_t + s_1 l^2 + s_2 (3l)^2)} = \underline{\underline{3{,}737 \cdot 10^{-3} (\text{rad})}}$$

$$F_{r2max} = F_{r2st} + F_{r2dmax} = s_2 \cdot \psi_{st} \cdot 3l + s_2 \cdot 3l \cdot C_2 = \underline{\underline{63 \,(N)}}$$